― 法政大学 ―

2 月 11 日　A 方式　数学

解 答・解 説

〔 I 〕

$$\frac{3}{14}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$$

$$\frac{3}{14}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\quad\cdots\text{（i）}$$

（i）の両辺に $14ab$ をかけると

$\underline{3ab=14(a+b)}$ …（ii）… [アイ]

なので，a , b が整数であることから，（ii）より ab は $14=2\cdot 7$ の倍数なので，

ab は $\underline{2}$ または $\underline{7}$ の倍数である． … [ウ,エ]

(1)　a が 2 の倍数かつ b が 7 の倍数のとき，m , n を正の整数として

$$\begin{cases} a=2m \\ b=7n \end{cases}\quad\cdots\text{①}$$

とすると，（ii）より

$3\cdot 2m\cdot 7n=14(2m+7n)$

$3mn=2m+7n$

$3mn=2m+7n$

$(3m-7)n=2m$

$n=\underline{\dfrac{2m}{3m-7}}$ … [オ,カ,キ] … ②

m , n を正の整数より

$0<3m-7\leqq 2m$ …（iii）

$$\begin{cases} 0<3m-7 & \cdots\text{③} \\ 3m-7\leqq 2m & \cdots\text{④} \end{cases}$$

③より $\dfrac{7}{3}<m$

④より　$m\leqq 7$

であるから

$$\frac{7}{3}<m\leqq 7$$

なので，（iii）を満たす正の整数 m のなかで，
最も小さいものは $\underline{3}$ … [ク]

最も大きいものは $\underline{7}$ … [ケ]

②より
・$m=3$ のとき $n=3$

・$m=4$ のとき $n=\dfrac{8}{5}$

・$m=5$ のとき $n=\dfrac{5}{4}$

・$m=6$ のとき $n=\dfrac{12}{11}$

・$m=7$ のとき $n=1$
であるから，整数の組み合わせは $(m,n)=(3,6),(7,1)$

よって①から $(a,b)=\underline{(6,21),(14,7)}$ … [コ～ソ]

(2) a が14の倍数として，$a=14m$ （m：自然数）とすると,（ii）より
$3\cdot 14m\cdot b=14(14m+b)$
$3mb=14m+b$
$(3b-14)m=b$
$m=\underline{\dfrac{b}{3b-14}}$ … [タ,チツ]
m が自然数となるにはまず
$0<3b-14\leqq b$
でなくてはならず，これを整理すると
$\dfrac{14}{3}<b\leqq 7$
であるから，b として考えられる自然数は5，6，7 が考えられる.
・$b=5$ のとき $m=5$

・$b=6$ のとき $m=\dfrac{3}{2}$

・$b=7$ のとき $m=1$
よって，m が整数となる組み合わせは $(m,b)=(5,5),(1,7)$ より

$(a,b)=\underline{(14,7),(70,5)}$ … [テ～ネ]

〔Ⅱ〕

$S_n=\frac{1}{14}(a_n)^2+\frac{1}{2}a_n-\frac{9}{7}$ ⋯ ①

①に $n=1$ を代入すると，$S_1=a_1$ であることに注意して

$a_1=\frac{1}{14}(a_1)^2+\frac{1}{2}a_1-\frac{9}{7}$

$(a_1)^2-7a_1-18=0$

$(a_1+2)(a_1-9)=0$

$0<a_n$ より $a_1=\underline{9}$ ⋯ [ア]

$S_{n+1}=\frac{1}{14}(a_{n+1})^2+\frac{1}{2}a_{n+1}-\frac{9}{7}$ ⋯ ②

②－①より

$S_{n+1}-S_n=\frac{1}{14}\{(a_{n+1})^2-(a_n)^2\}+\frac{1}{2}(a_{n+1}-a_n)$

$a_{n+1}=\frac{1}{14}\{(a_{n+1})^2-(a_n)^2\}+\frac{1}{2}(a_{n+1}-a_n)$

$14a_{n+1}=\{(a_{n+1})^2-(a_n)^2\}+7(a_{n+1}-a_n)$

$\underline{(a_{n+1})^2-(a_n)^2-7a_{n+1}-7a_n=0}$ ⋯ [イ,ウ] ⋯（ｉ）

（ｉ）より

$(a_{n+1}+a_n)(a_{n+1}-a_n)-7(a_{n+1}+a_n)=0$

$a_{n+1}+a_n>0$ であるから

$a_{n+1}-a_n-7=0$

$a_{n+1}-a_n=7$ ⋯ ③

であるから，[エ]＝⑦

よって，$2\leqq n$ において

$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}7=9+7(n-1)=7n+\underline{2}$ ⋯ [カ]

これは $a_1=9$ もみたしている．

よって，[オ]＝④

であり

$a_n=7n+\underline{2}$ ⋯ [カ]

$T_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{21}{a_ka_{k+1}}$ ⋯ ④

$$\frac{a_{k+1}-a_k}{a_k a_{k+1}}=\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}}$$ と③より

$$\frac{7}{a_k a_{k+1}}=\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}}$$

$$\frac{21}{a_k a_{k+1}}=3\left(\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}}\right)$$

であるから，これと④より

$$T_n=\underline{\sum_{k=1}^{n}3\left(\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}}\right)}\ \cdots\ [キ]$$

$$=3\left\{\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}\right)+\left(\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n+1}}\right)\right\}$$

$$=3\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_{n+1}}\right)$$

$$=3\left\{\frac{1}{9}-\frac{1}{7(n+1)+2}\right\}$$

$$=\underline{\frac{1}{3}-\frac{3}{7n+9}}\ \cdots\ [ク,ケ,コ,シ]$$

であり，[サ] = $\underline{④}$

よって

$T_n>\frac{8}{27}$ のとき

$$\frac{1}{3}-\frac{3}{7n+9}>\frac{8}{27}$$

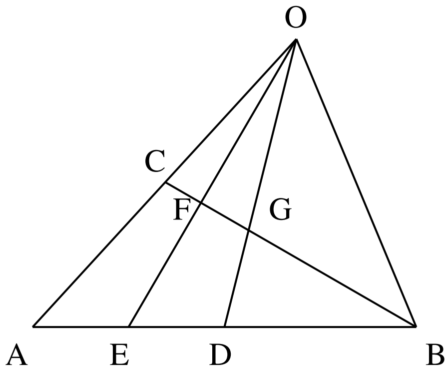
$$\frac{3}{7n+9}<\frac{1}{27}$$

$$81<7n+9$$

$$\frac{72}{7}<n$$

であるから，これを満たす最小の自然数 n は $\underline{11}$ である．… [スセ]

〔Ⅲ〕



$\overrightarrow{OE}=\dfrac{3\vec{a}+\vec{b}}{1+3}=\underline{\dfrac{3}{4}\vec{a}+\dfrac{1}{4}\vec{b}}$ … [ア,イ,ウ]

$\overrightarrow{OG}=\dfrac{\overrightarrow{OO}+\vec{a}+\vec{b}}{3}=\underline{\dfrac{1}{3}\vec{a}+\dfrac{1}{3}\vec{b}}$ … [エ,オ,カ]

$\overrightarrow{OF}=s\overrightarrow{OE}$ であるとき

$\overrightarrow{OF}=\dfrac{3}{4}s\vec{a}+\dfrac{s}{4}\vec{b}$

$\mathrm{BF}:\mathrm{FC}=t:(1-t)$ であるとき

$\overrightarrow{OF}=t\overrightarrow{OC}+(1-t)\vec{b}=\dfrac{t}{2}\vec{a}+(1-t)\vec{b}$

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は一次独立であるから，係数を比較して

$$\begin{cases}\dfrac{3}{4}s=\dfrac{t}{2}\\ \dfrac{s}{4}=1-t\end{cases}$$

これを解くと $\underline{s=\dfrac{4}{7},t=\dfrac{6}{7}}$ … [キ,ク,ケ,コ]

よって

$\mathrm{BF}:\mathrm{FC}=\dfrac{6}{7}:\dfrac{1}{7}=6:1=18:3$

また，G は△OAB の重心であるから

$\mathrm{BG}:\mathrm{GC}=2:1=14:7$

より，

$\mathrm{BC}:\mathrm{FG}=21:4$

なので

$\dfrac{\mathrm{FG}}{\mathrm{BC}}=\underline{\dfrac{4}{21}}$ … [サ,シス]

面積について

$\triangle\mathrm{OAB}=S_1$，$\triangle\mathrm{DFG}=S_2$ とおくと

とおくと，

$$S_2=\frac{\mathrm{FG}}{\mathrm{BF}}\triangle\mathrm{BFD}=\frac{2}{9}\cdot\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BA}}\cdot\frac{\mathrm{BF}}{\mathrm{BC}}\cdot\triangle\mathrm{ABC}$$

$$=\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{\mathrm{OC}}{\mathrm{OA}}\cdot S_1$$
$$=\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{1}{2}\cdot S_1$$
$$=\frac{1}{21}\cdot S_1$$

なので

$$\frac{S_2}{S_1}=\underline{\frac{1}{21}}\quad\cdots\ [セ,ソタ]$$

$$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=-\vec{b}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$$

なので,

$\mathrm{OG}\perp\mathrm{BC}$　であるとき

$\overrightarrow{\mathrm{OG}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=0$　より

$$\left(\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}\right)=0$$

$$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)=0$$

$$\left|\vec{a}\right|^2-\vec{a}\cdot\vec{b}-2\left|\vec{b}\right|^2=0$$

であるから，$\angle\mathrm{AOB}=\theta$　としたとき

$$3^2-3\cdot 2\cos\theta-2\cdot 2^2=0$$

$$\cos\theta=\underline{\frac{1}{6}}\quad\cdots\ [ツ,テ]$$

であるから，このとき

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{BC}}\right|^2=\left|\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}\right|^2=\frac{1}{4}\left|\vec{a}\right|^2-\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\theta+\left|\vec{b}\right|^2$$
$$=\frac{1}{4}\cdot 3^2-3\cdot 2\cdot\frac{1}{6}+2^2$$
$$=\frac{21}{4}$$

であるから

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{BC}}\right|=\frac{\sqrt{21}}{2}$$

より

$\dfrac{\mathrm{FG}}{\mathrm{BC}}=\dfrac{4}{21}$　であったから $\mathrm{FG}=\dfrac{4}{21}\mathrm{BC}=\dfrac{4}{21}\cdot\dfrac{\sqrt{21}}{2}=\underline{\dfrac{2\sqrt{21}}{21}}$　$\cdots$　[テ,トナ,ニヌ]

〔Ⅳ〕

$f(x)=x^3+ax^2-2x+b$

$C:y=f(x)$ が点$(-1,0)$でx軸と交わるとき

$0=-1+a+2+b$

$b=\underline{-a-1}$ … [ア,イ]

より，

$f(x)=x^3+ax^2-2x+(-a-1)$

よって 整式$f(x)$を$x+1$で割った商を

x^2+px+q としたとき，

$x^2+px+q=x^2+(a-1)x+(-a-1)$ …（ⅰ）

より，

《組立除法》

$$\begin{array}{cccc|l} 1 & a & -2 & -a-1 & \underline{-1} \\ & -1 & -a+1 & a+1 & \\ \hline 1 & a-1 & -a-1 & 0 & \end{array}$$

$p=a-1$，$q=-a-1$ なので，[ウ]$=$④，[エ]$=$⑤

（ⅰ）より，$x^2+px+q=0$ の判別式をDとすると

$D=(a-1)^2-4\cdot1\cdot(-a-1)$

$=a^2+2a+5$

$=\underline{(a+1)^2+4}>0$ … [オ,カ]

$f(x)=(x+1)\{x^2+(a-1)x+(-a-1)\}$

であるから，$x^2+(a-1)x+(-a-1)=0$ の異なる2解をα,β（$\alpha<\beta$）とすると

$f(x)=(x+1)(x-\alpha)(x-\beta)$ …（ⅱ）

であるから，

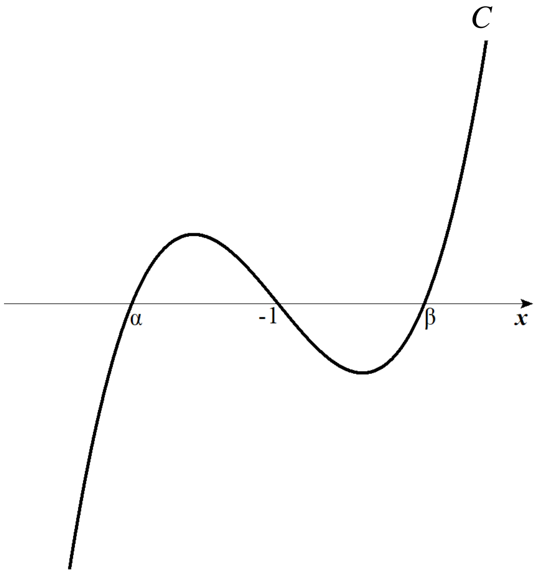
$f(\alpha)=\underline{0}$ … [キ]

$f'(x)=3x^2+2ax-2$

であるから

$f'(-1)=3-2a-2=\underline{-2a+1}$ … [クケ,コ]

（ⅱ）より，$y=f(x)$のグラフは右のようになる．



よって，$\alpha<-1<\beta$ のとき

$f'(-1)<0$

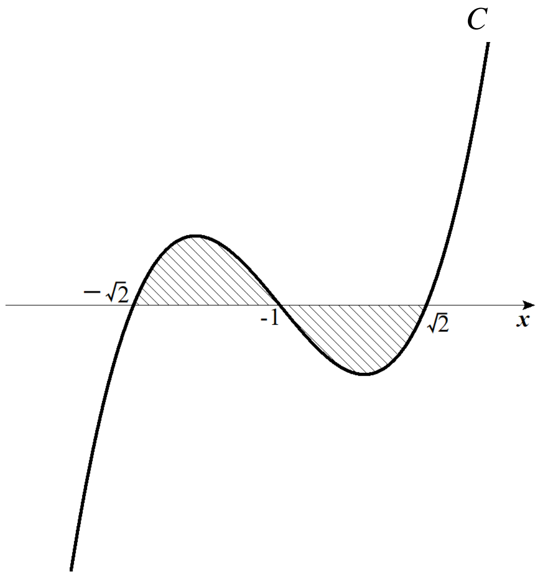
であるから [サ]$=$①

このとき

$-2a+1<0$

$a>\underline{\dfrac{1}{2}}$ … [シ,ス]

$a=1$ のとき



$$f(x)=(x+1)(x^2-2)$$
$$=(x+\sqrt{2})(x+1)(x-\sqrt{2})$$
$$=x^3+x^2-2x-2$$

となるので，C と x 軸で囲まれた図形の面積は右図の斜線部なので，その面積は

$$\int_{-\sqrt{2}}^{-1}(x^3+x^2-2x-2)dx-\int_{-1}^{\sqrt{2}}(x^3+x^2-2x-2)dx$$

$$=\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3-x^2-2x\right]_{-\sqrt{2}}^{-1}-\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3-x^2-2x\right]_{-1}^{\sqrt{2}}$$

$$=\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}-1+2\right)-\left(1-\frac{2\sqrt{2}}{3}-2+2\sqrt{2}\right)-\left\{\left(1+\frac{2\sqrt{2}}{3}-2-2\sqrt{2}\right)-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}-1+2\right)\right\}$$

$$=\underline{\frac{23}{6}}\ \cdots\ [\text{セソ,タ}]$$

〔V〕

(1)　1個を取り出して赤玉を取り出す確率は

$\underline{\dfrac{3}{8}}$ … [ア,イ]

(2)　2 個を取り出して 2 個とも赤玉を取り出す確率は

$$\frac{{}_3C_2}{{}_8C_2}=\frac{3}{\frac{8\cdot 7}{2}}=\underline{\frac{3}{28}}\quad \cdots \ [ウ,エオ]$$

2 個を取り出して 2 個とも白玉を取り出す確率は

$$\frac{{}_5C_2}{{}_8C_2}=\frac{\frac{5\cdot 4}{2}}{\frac{8\cdot 7}{2}}=\frac{5}{14}$$

であるから，2 個を取り出して 2 個とも同じ色である確率は

$$\frac{3}{28}+\frac{5}{14}=\underline{\frac{13}{28}}\quad \cdots \ [カキ,クケ]$$

(3)　偶数の玉は「赤の 2」,「白の 2」,「白の 4」があるので，1個取り出して，偶数の玉を取り出したときにそれが白玉である条件付き確率は

$\underline{\dfrac{2}{3}}$ … [コ,サ]

(4)　3 個を取り出して 3 個とも白玉である確率は

$$\frac{{}_5C_3}{{}_8C_3}=\frac{\frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2}}{\frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2}}=\frac{5\cdot 4\cdot 3}{8\cdot 7\cdot 6}=\frac{5}{28}$$

であり，この余事象は少なくとも1個は赤玉が取り出されることより，その確率は

$$1-\frac{5}{28}=\underline{\frac{23}{28}}\quad \cdots \ [シス,セソ]$$

(5)　1回目に取り出した玉に書かれた数より，2 回目に取り出した玉に書かれた数の方が大きい確率は

$$\frac{2}{8}\cdot\frac{6}{8}+\frac{2}{8}\cdot\frac{4}{8}+\frac{2}{8}\cdot\frac{2}{8}+\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}=\underline{\frac{25}{64}}\quad \cdots \ [サシ,スセ]$$

〔VI〕

(1)　$f(x)=-2x(\log x)^2+3x\log x$　（$x>0$）

$$f'(x)=-2(\log x)^2-2x\cdot 2(\log x)\cdot\frac{1}{x}+3\log x+3x\cdot\frac{1}{x}$$

$$=\underline{-2(\log x)^2-\log x+3}\ \cdots\ [ア,イ]$$

$$f''(x)=-2\cdot 2(\log x)\cdot\frac{1}{x}-\frac{1}{x}=\underline{-\frac{4\log x+1}{x}}\ \cdots\ [ウ,エ]$$

$f'(x)=0$　を解くと

$$-2(\log x)^2-\log x+3=0$$

$$2(\log x)^2+\log x-3=0$$

$$(2\log x+3)(\log x-1)=0$$

$$\log x=-\frac{3}{2},1$$

より

$x=e^{-\frac{3}{2}},e$　なので　$\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{e^3}},\beta=e$

よって，[オ]$=\underline{⑤}$，[カ]$=\underline{⓪}$

$f''(x)=0$　を解くと

$$-\frac{4\log x+1}{x}=0$$

$x>0$　より

$$\log x=-\frac{1}{4}$$

$x=e^{-\frac{1}{4}}$　なので　$\gamma=\dfrac{1}{\sqrt[4]{e}}$

よって，[キ]$=\underline{⑦}$

$$f'(x)=-(2\log x+3)(\log x-1)$$

$$f''(x)=-\frac{4\log x+1}{x}$$

x	0		α		γ		β	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$f''(x)$		$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	0	$\nearrow$		$\searrow$

なので，$f(x)$ の増減は右図であるから，C が上に凸で増加している範囲は

$\gamma<x<\beta$

であるから，

[ク]＝③，［ケ］＝②

次に

$$\int x(\log x)^2 dx = \frac{1}{2}x^2(\log x)^2 - \int \frac{1}{2}x^2 \cdot 2(\log x)\cdot\frac{1}{x}dx$$

$$= \frac{1}{2}x^2(\log x)^2 - \int x\log x dx$$

であるから

[コ]＝⑧

これを利用して

$$\int f(x)dx = \int\{-2x(\log x)^2 + 3x\log x\}dx$$

$$= -2\left\{\frac{1}{2}x^2(\log x)^2 - \int x\log x dx\right\} + \underline{3}\int x\log x dx \quad \cdots \text{[サ]}$$

$$= -x^2(\log x)^2 + 5\int x\log x dx \quad \cdots (\mathrm{i})$$

ここで

$$\int x\log x dx = \frac{1}{2}x^2\log x - \int \frac{1}{2}x^2\cdot\frac{1}{x}dx = \frac{1}{2}x^2\log x - \frac{1}{2}\int x dx = \frac{1}{2}x^2\log x - \frac{1}{4}x^2$$

であるから，これを（ｉ）へ代入して， K を積分定数として

$$\int f(x)dx = \underline{-x^2(\log x)^2 + 5\left(\frac{1}{2}x^2\log x - \frac{1}{4}x^2\right)} + K \quad \cdots \text{[シ, ス]} \quad \cdots (\mathrm{ii})$$

$f(x) \geqq 0$ を解くと

$$-2x(\log x)^2 + 3x\log x \geqq 0$$

$$\log x(2\log x - 3) \leqq 0$$

$$0 \leqq \log x \leqq \frac{3}{2}$$

であるから

$$1 \leqq x \leqq e^{\frac{3}{2}}$$

であるから

[セ]＝①，［ソ］＝⑥

なので，これと（ⅱ）から

$$S = \int_1^{e^{\frac{3}{2}}} f(x)dx$$

$$=\left[-x^2(\log x)^2+5\left(\frac{1}{2}x^2\log x-\frac{1}{4}x^2\right)\right]_1^{e^{\frac{3}{2}}}$$

$$=\left\{-e^3\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2+5\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot e^3\cdot\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\cdot e^3\right)\right\}-5\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$=-\frac{9}{4}e^3+\frac{5}{2}\cdot e^3+\frac{5}{4}$$

$$=\underline{\frac{5+e^3}{4}}\ \cdots\ [タ,チ,ツ]$$

〔Ⅶ〕

$$\begin{cases} x = 3\cos\theta \\ y = 2\sin\theta \end{cases} \cdots (\mathrm{i})$$

$$\begin{cases} f(\theta) = 3\cos\theta \\ g(\theta) = 2\sin\theta \end{cases}$$

とすると

$$\begin{cases} f'(\theta) = -3\sin\theta \\ g'(\theta) = 2\cos\theta \end{cases}, \quad \begin{cases} f''(\theta) = -3\cos\theta \\ g''(\theta) = -2\sin\theta \end{cases}$$

であるから

$$h(\theta) = \frac{f'(\theta)g''(\theta) - g'(\theta)f''(\theta)}{\left[\{f'(\theta)\}^2 + \{g'(\theta)\}^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$ とおいたとき

$$h(\theta) = \frac{(-3\sin\theta)(-2\sin\theta) - 2\cos\theta(-3\cos\theta)}{(9\sin^2\theta + 4\cos^2\theta)^{\frac{3}{2}}} = \frac{6\sin^2\theta + 6\cos^2\theta}{\{9\sin^2\theta + 4(1-\sin^2\theta)\}^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \underline{\frac{6}{(5\sin^2\theta + 4)^{\frac{3}{2}}}} \cdots [ア,イ,ウ]$$

$0 \leqq \sin^2\theta \leqq 1$ より

$4 \leqq 5\sin^2\theta + 4 \leqq 9$

$8 \leqq (5\sin^2\theta + 4)^{\frac{3}{2}} \leqq 27$

であるから，$h(\theta)$ の

・最大値は $\frac{6}{8} = \underline{\frac{3}{4}}$ … [エ,オ]

・最小値は $\frac{6}{27} = \underline{\frac{2}{9}}$ … [カ,キ]

(ⅰ)より

$$\begin{cases} \cos\theta = \dfrac{x}{3} \\ \sin\theta = \dfrac{y}{2} \end{cases}$$

なのでこれを

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

へ代入して

$$\underline{\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1} \cdots [ク,ケ] \cdots (\mathrm{ii})$$

$l : y = -\dfrac{2}{3\sqrt{3}}x + \dfrac{2}{\sqrt{3}} = -\dfrac{2}{\sqrt{3}}\left(\dfrac{1}{3}x - 1\right)$

ここで，これを（ⅱ）へ代入すると

$$\frac{x^2}{9} + \frac{1}{4}\left\{-\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{3}x - 1\right)\right\}^2 = 1$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}\left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1\right) = 1$$

$$\frac{x^2}{9} + \left(\frac{1}{27}x^2 - \frac{2}{9}x + \frac{1}{3}\right) = 1$$

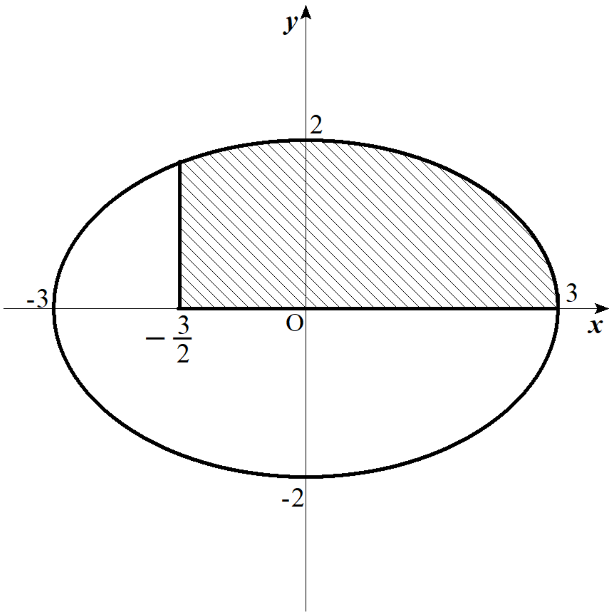
$$3x^2 + \left(x^2 - 6x + 9\right) = 27$$

$$4x^2 - 6x - 18 = 0$$

$$2x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$(2x+3)(x-3) = 0$$

$$\underline{x = \frac{-3}{2}, 3} \quad \cdots \quad [コサ,シ,ス]$$



x 軸，$x = -\dfrac{3}{2}$，$x = 3$ と，C の $-\dfrac{3}{2} \leqq x \leqq 3$ かつ $y \geqq 0$ の部分で囲まれた図形は上図の斜線部であり，

$$C : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \iff C : y^2 = -\frac{4}{9}x^2 + 4$$

より，斜線部を x 軸に関して1回転させてできる図形の体積 V は

$$V = \pi\int_{-\frac{3}{2}}^{3}\left(-\frac{4}{9}x^2 + 4\right)dx = \pi\left[-\frac{4}{27}x^3 + 4x\right]_{-\frac{3}{2}}^{3}$$

$$= \pi\left\{(-4+12) - \left(\frac{1}{2} - 6\right)\right\}$$

$$= \underline{\frac{27}{2}\pi} \quad \cdots \quad [セソ,タ]$$

総 評

〔Ⅰ〕

整数問題の頻出問題．誘導に従って解いていけば迷うこともなく解くことができる問題である．

〔Ⅱ〕

和 S_n からの一般項 a_n を求める問題と分数型の部分分数分解による和を求める問題．誘導に従えばとくに難しい計算もなく，きちんとこの類の問題を対策できていれば解けるはずである．

〔Ⅲ〕

分点の位置ベクトルや重心による比を利用して面積の比を考える問題．こちらも誘導に従って解いていけばよいだけであるが，S_1 と S_2 の比の計算は間違えてしまった受験生やどうすればよいか分からなかった受験生もいたのではないだろうか．

〔Ⅳ〕

3 次関数の増減と，3 次関数と x 軸で囲まれた図形の面積がテーマの問題．誘導がどのような目的で計算させられているのかを考えながら解けば，問題なく解くことができるであろう．積分の計算を丁寧に間違えることなく処理したい．

〔Ⅴ〕

確率の基本問題．条件付き確率は苦手意識のある受験生もいるが，今回の(3)は特に難しくもなく，以降も特段難しい問題はない．

〔Ⅵ〕

数学Ⅲの定積分の計算問題．こちらも誘導がきちんとされているため，計算さえきちんと丁寧にできれば，特に分かりにくいこともないであろう．ただし，部分積分の計算などでミスをしている受験生は案外いるように思う．

〔Ⅶ〕

楕円の媒介変数表示および回転体の体積の問題．計算もそこまで難しくもないため，きちんと回転体の体積の計算を勉強していれば最後まで問題なく解けたであろう．